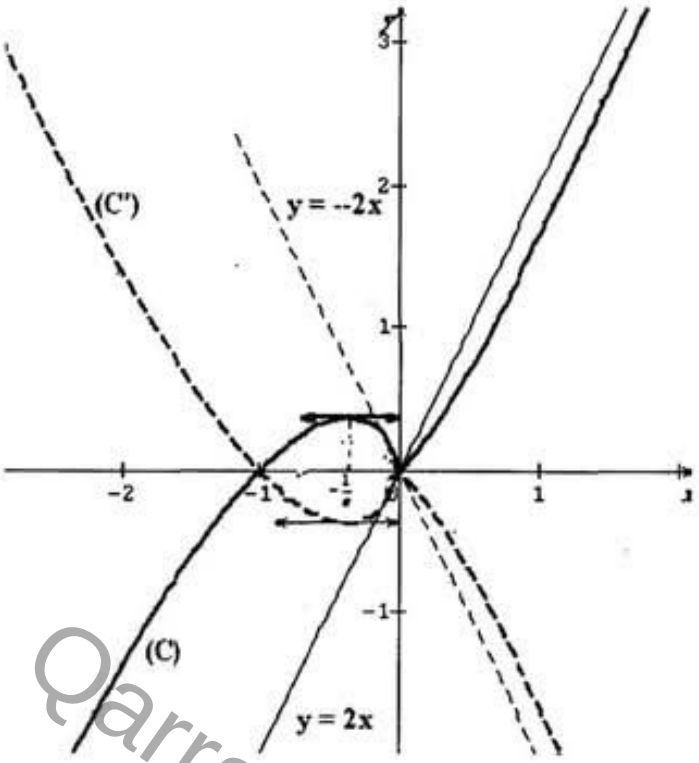

b) $S_{(o,\vec{i})}(C) = (C')$

III/ $\alpha \in]-1,0[$

1) $\int_{-1}^{\alpha} f(t)dt = \int_{-1}^{\alpha} t\ln(-t)\,dt$

Effectuant une intégration par parties :

$U(t) = \ln(-t) \to U'(t) = \frac{1}{t}$

$V'(t) = t \to V(t) = \frac{t^2}{2}$

Donc : $\int_{-1}^{\alpha} f(t)dt = \left[\frac{t^2}{2}\ln(-t)\right]_{-1}^{\alpha} - \int_{-1}^{\alpha} \frac{1}{t}\cdot\frac{t^2}{2}dt$

$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(-\alpha) - 0 - \frac{1}{2}\int_{-1}^{\alpha} t\,dt$

$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(-\alpha) - \frac{1}{2}\left[\frac{t^2}{2}\right]_{-1}^{\alpha}$

$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(-\alpha) - \frac{1}{2}\left[\frac{\alpha^2}{2} - \frac{1}{2}\right]$

$$\boxed{\int_{-1}^{\alpha} f(t)dt = \frac{\alpha^2}{2}\ln(-\alpha) - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{1}{4}}$$

2) on a :

$A(\alpha) = \int_{-1}^{\alpha} |f(t) - (-f(t))|dt\,u.a$

$= 2\int_{-1}^{\alpha} f(t)\,dt\,u.a$

$= 2\left(\frac{\alpha^2}{2}\ln(-\alpha) - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{1}{4}\right) \times 4cm^2$

$$\boxed{A(\alpha) = \left(4\alpha^2\ln(-\alpha) - 4\alpha^2 + 2\right)cm^2}$$

3) a) $\lim_{\alpha\to 0^-} A(\alpha) = \lim_{\alpha\to 0^-} 4\alpha^2\ln(-\alpha) - 4\alpha^2 + 2$

$= \lim_{t\to 0^+} 4t^2\ln t + 4t + 2 = 2$

b) $\lim_{\alpha\to 0^-} A(\alpha)$: représente l'aire de la région du plan limite par les droites d'équation $x = 0$ et $x = -1$ et les courbes (C) et (C').

Exercice 17

I/ $g(x) = x^2 + 1 - \ln x;\ x > 0$

1) $g'(x) = 2x - \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - 1}{x}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

T.V :

x	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{1}{2}(3+\ln 2)$	↗	$+\infty$

$\lim_{x\to 0^+} x^2 + 1 - \overbrace{\ln x}^{-\infty} = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} x^2 + 1 - \ln x = \lim_{x\to+\infty} x\left(x + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$

$g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1 - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn